

TD Satisfaction de contraintes 1

Modélisation

1) Le casse-tête : SEND MORE MONEY

Le problème consiste à trouver les valeurs des lettres S, E, N, D, M, O, R, Y représentant des chiffres de 0 à 9, de manière à ce que toutes soient différentes et que l'addition :

$$\begin{array}{r} \\ \\ + \\ \hline M \end{array}$$

soit vérifiée.

- a) Énoncez la liste des variables nécessaires à la résolution du problème. Donner leur domaine de valeurs.
- b) Exprimez la liste des contraintes portant sur ces variables.

(NB : une solution est send = 9567, more = 1085, money = 10652)

2) Les 4 reines

On considère un petit échiquier de 4 lignes et 4 colonnes sur lequel on souhaite placer 4 reines de manière à ce qu'aucune ne soit prise. On rappelle que deux reines sont en prise si elles se trouvent sur une même diagonale, une même ligne ou une même colonne de l'échiquier.

- a) Proposez une modélisation de l'échiquier, puis effectuer une résolution "à la main" pour ce problème.
- b) En déduire une modélisation pour n reines.

3) Où est le zèbre

Cinq personnes de différentes nationalités habitent dans les cinq maisons d'une rue (une personne par maison). Ils ont chacun une profession différente de leurs voisins. Chaque personne a une préférence pour un animal et pour une boisson. Les animaux sont tous différents les uns des autres, et de même pour les boissons. Les cinq maisons sont peintes avec différentes couleurs. En plus de ces informations, on dispose des faits suivants :

1. L'Anglais habite la maison peinte en rouge
2. L'Espagnol possède un chien
3. Le Japonais est un peintre
4. L'Italien boit du thé
5. Le Norvégien habite la première maison sur la gauche
6. L'habitant de la maison verte boit du café
7. La maison peinte en verte se trouve à droite de la maison peinte en blanc
8. Le sculpteur élève des serpents
9. Le diplomate habite la maison peinte en jaune
10. Le lait est consommé dans la maison du milieu
11. La maison du Norvégien se trouve juste après la maison peinte en bleu
12. La boisson préférée du violoniste est le jus de fruit
13. Le voisin du docteur possède un renard
14. Le voisin du diplomate possède un cheval

Donnez une modélisation CSP (variables, domaines associées aux variables, contraintes) qui permettent de résoudre le problème : c'est-à-dire qui fait quoi, boit quoi, possède quel animal et habite dans quelle maison.

Arc-consistance

Mise en œuvre de la propagation de contraintes

a) Donner une représentation graphique du CSP(X, D, C) suivant.

$$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$$

$$D = \{d_1, d_2, d_3, d_4, d_5\}$$

$$\text{avec } d_1 = \{1, 2, 5, 7\}; d_2 = \{2, 3, 8, 12\}; d_3 = \{5, 6, 7, 8\}; d_4 = \{1, 2, 3, 4, 5\}; d_5 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$C = \{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8\} \text{ avec } c_1 : x_1 = x_4; c_2 : x_5 \leq x_4; c_3 : x_2 \geq x_3; c_4 : x_2 \neq x_5; c_5 : x_1 < x_3; c_6 : x_3 > x_4; c_7 : 3 * x_5 \geq x_3; c_8 : 2 * x_5 = x_3$$

b) En utilisant la procédure de propagation incrémentale de contraintes dans l'ordre croissant des indices des contraintes (c1, c2, ...), rendre ce CSP consistant. A chaque étape de cette procédure donner la liste des valeurs supprimées, les contraintes à reposer.

Résolution

Soit le CSP entiers défini par :

■ les 6 variables $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$

■ les 6 domaines $d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6$ où chaque d_i ($i \in [1, 6]$) est le domaine de la variable x_i .
Les éléments de d_i sont des entiers.

■ les 6 contraintes $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$

$$\text{où } d_1 = \{0, 1, 2, 3, 9, 10, 11, 12\}; d_2 = \{-2, -1\}; d_3 = \{5, 6, 7\}; d_4 = \{-11, -10, -9, -2, -1, 0\}; d_5 = \{0, 1, 2, 3\}; d_6 = \{0, 1, 2\}$$

$$\text{et } c_1 : x_1 = 2 * x_4 + x_3; c_2 : x_6 = x_1 - 2; c_3 : x_5 > x_2; c_4 : x_4 + 2 \geq x_6; c_5 : x_3 = x_5 + 4; c_6 : x_2 < x_6$$

1) Donnez une représentation graphique du CSP.

2) Rendez ce CSP arc-consistant. Donnez les domaines arc-consistants obtenus.

3) En partant des domaines rendus consistants, trouvez, si c'est possible, une solution de ce CSP par la méthode du backjumping dans l'ordre d'instanciation $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$. On instanciera les variables avec les valeurs choisies dans l'ordre croissant.

Donnez l'arbre de recherche de solution de l'algorithme sur ce problème.

4) Même question en utilisant l'algorithme du forward-checking avec un ordonnancement dynamique des variables construit en choisissant à chaque étape la variable x_i pour laquelle le quotient

$$\frac{\text{cardinalité}(\text{domaine}(x_i))}{\text{cardinalité}(\text{contraintes}(x_i))}$$

est le plus petit