

## TD Satisfaction de contraintes 2 : CSP à Intervalles

### Exercice 1

a) Soient  $X = [1, 8]$ ,  $Y = [-1, 5]$  et  $Z = [-2, 3]$  trois intervalles. On pose la contrainte  $Z = X + Y$ . Rendre cet ICSP consistant.

b) Soient  $X = [-2, 2]$ ,  $Y = [-2, 2]$  et  $Z = [1, +\infty[$  trois intervalles. On pose la contrainte  $Z = X * Y$ . Rendre cet ICSP consistant.

### Exercice 2

Soit l'ICSP  $(X, C, D)$  avec  $X = \{x, y, z, t\}$ ,  $D = \{[2, 8], [-2, 5], [-10, 100], [-2, 0]\}$   
et  $C = \{c1 : x + y = z ; c2 : z = -t ; c3 : x - 1 = z - t\}$

Rendez ce CSP localement consistant et donnez le nouvel ensemble D.

### Exercice 3

Une entreprise propose de construire une maison en présentant les contraintes suivantes :

1. La maçonnerie dure 7 jours
2. La charpente ne peut se faire qu'après la maçonnerie et dure 3 jours
3. Le toit ne peut se faire qu'après la charpente et dure 1 jour
4. La plomberie ne peut se faire qu'après la maçonnerie et dure 8 jours
5. Le sol ne peut se faire qu'après la maçonnerie et dure 3 jours
6. Le fenêtrage ne peut se faire qu'après le toit et dure 1 jour
7. La façade ne peut se faire qu'après le toit et qu'après la plomberie et dure 2 jours
8. Le jardin intérieur ne peut se faire qu'après le toit et la plomberie et dure 1 jour
9. La peinture ne peut se faire qu'après le sol et dure 2 jours
10. L'aménagement intérieur ne peut se faire qu'après le fenêtrage, qu'après la façade, qu'après le jardin et qu'après la peinture et dure 1 jour

a) Donnez une modélisation de ce problème sous forme de CSP. Donnez le graphe des contraintes.

b) Quel est le temps minimum pour réaliser cette maison ?

c) On associe à présent des contraintes de temps aux différentes tâches. Ainsi :

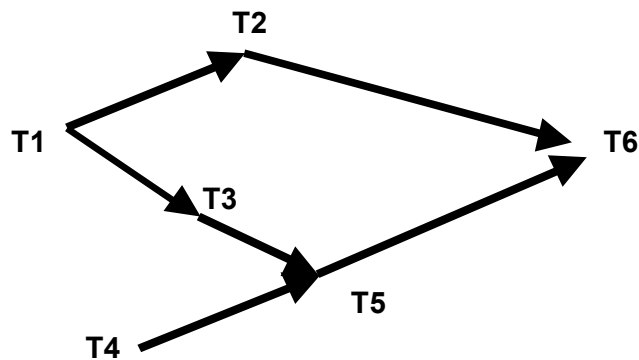
1. La maçonnerie ne peut débuter qu'entre les jours 0 et 14
2. La charpente ne peut débuter qu'entre les jours 7 et 11
3. Le toit ne peut débuter qu'entre les jours 12 et 14
4. La plomberie ne peut débuter qu'entre les jours 12 et 19
5. Le sol ne peut débuter qu'entre les jours 11 et 17
6. Le fenêtrage ne peut débuter qu'entre les jours 11 et 19
7. La façade ne peut débuter qu'entre les jours 17 et 22
8. Le jardin intérieur ne peut débuter qu'entre les jours 17 et 23
9. La peinture ne peut débuter qu'entre les jours 8 et 18
10. L'aménagement intérieur ne peut débuter qu'entre les jours 12 et 23

Ces contraintes supplémentaires permettent-elles de réaliser la maison ? Si oui, donnez les périodes effectives dans lesquelles vont s'effectuer ces différentes tâches ?

### Exercice 4

On doit planifier six tâches dans un délai de 5 heures, chacune ayant une durée d'une heure. Voici le diagramme de précedence de ces tâches. Dans ce graphe, deux tâches reliées par une flèche sont telles que la tâche en début de flèche doit s'effectuer avant la tâche en fin de flèche (exemple : T2 doit s'effectuer avant T6) :

On impose de plus que T2 et T3 ne peuvent être réalisées en même temps.



a) Exprimer ce problème sous la forme d'un CSP. Pour cela, donner les variables du CSP, leur domaine de valeurs et les contraintes qui les lient.

b) Appliquer l'arc-consistance sur ce CSP et en déduire les nouveaux domaines du CSP rendu arc-consistants.

c) Donner une solution de ce CSP en décrivant l'arbre de recherche de solutions parcouru avec un algorithme de résolution de votre choix : backtrack, backjump, forward-checking,....

d) On ajoute une tâche T7 qui dure une heure et qui doit se faire après T2 et avant T5 mais pas en même temps que T3. Les sept tâches doivent toujours être réalisées dans un délai de 5 heures. Caractériser le nouveau CSP correspondant (variables, domaines, contraintes). Peut-il être rendu arc-consistant ? A-t-il une solution ?

e) On se place à nouveau dans la configuration initiale (avec les 6 tâches T1 à T6 obéissant au graphe de précédence ci-dessus). On suppose que ces tâches ont des durées différentes. Ainsi, T1, T5, et T6 durent une heure, T3 et T4 durent 2 heures, T2 dure 3 heures. On cherche à minimiser le temps mis pour accomplir les tâches. Caractériser ce nouveau CSP (variables, domaines, contraintes). Donner le délai minimum pour accomplir les six tâches conformément aux contraintes et en fonction de leurs nouvelles durées.